Probabilidad

14

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Halla la frecuencia relativa de todos los datos de la tabla anterior.

x_i	0	1	2	3	4
f_i	3	3	4	6	4
h_i	0,15	0,15	0,2	0,3	0,2

2. Completa en tu cuaderno con las frecuencias relativas la siguiente tabla.

x_i	10	20	30	40
f_i	7	2	6	5

x_i	10	20	30	40
f_i	7	2	6	5
h_i	0,35	0,1	0,3	0,25

3. Compara estas fracciones.

a) $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{7}$

c) $\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{8}$ y $\frac{2}{5}$

a) $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}\quad \frac{3}{4}=\frac{15}{20}\rightarrow\frac{2}{5}<\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{3}=\frac{14}{21}\quad \frac{4}{7}=\frac{12}{21}\rightarrow\frac{2}{3}>\frac{4}{7}$

c) $\frac{3}{7}=\frac{15}{35}\quad \frac{2}{5}=\frac{14}{35}\rightarrow\frac{3}{7}>\frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{8}=\frac{15}{40}\quad \frac{2}{5}=\frac{16}{40}\rightarrow\frac{3}{8}<\frac{2}{5}$

VIDA COTIDIANA

El oído humano no escucha todas las frecuencias de audio que reproduce un equipo musical. Los archivos mp3 eliminan esas pequeñas porciones apenas audibles por las personas y con ello reducen el tamaño de los archivos.

- **Mi mp3 tiene 120 canciones. Hay 20 que me gustan mucho. Si reproduce una canción al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de mis favoritas?**

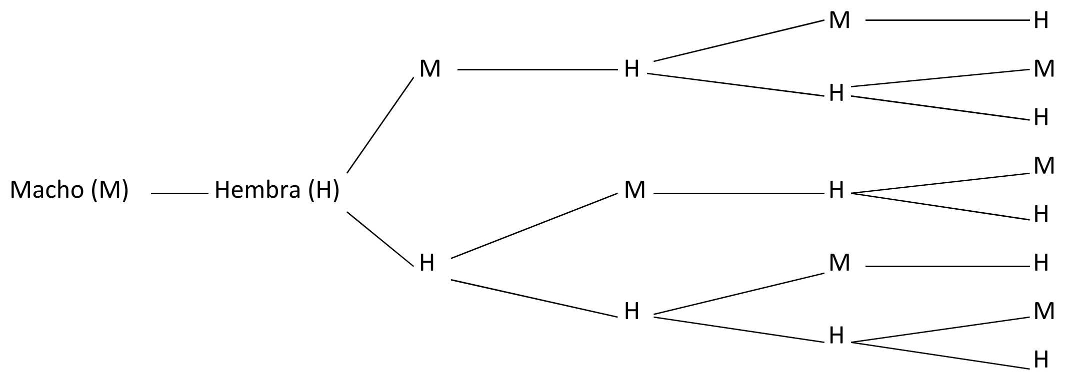
$$\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$$

RESUELVE EL RETO

Las abejas macho nacen de huevos sin fecundar, por tanto tienen madre pero no padre. Las abejas hembra nacen de huevos fecundados. ¿Cuántos antepasados tendrá una abeja macho en la sexta generación?

Construimos el árbol genealógico hacia atrás (en la generación inmediatamente superior, cada macho tiene un solo antepasado; cada hembra, dos).

6.ª generación	5.ª generación	4.ª generación	3.ª generación	2.ª generación	1.ª generación



Tiene 19 antepasados.

Mi vecino me ha dicho que tiene 2 hijos y me ha hablado de uno de ellos que es chico. ¿Cuál es la probabilidad de que sean los dos chicos?

Las combinaciones posibles con dos hijos son: {AA, AO, OA, OO}. Si sabemos que uno es chico se reduce a {AO, OA, OO}. De modo que la probabilidad de que los dos sean chicos es 1/3.

Una bolsa de caramelos tiene 10 caramelos y puede haber cualquier cantidad de caramelos de limón y de naranja. Incluso todos pueden ser de un mismo sabor. ¿Qué probabilidad hay de que al coger uno no sea de limón?

Si son todos de limón, la probabilidad de que no sea de limón es cero. Si son todos de naranja, la probabilidad de coger uno que no sea de limón es 1. Y en los demás casos no se puede decir, dependerá del número de caramelos que haya de cada tipo.

ACTIVIDADES

1. **Clasifica en determinista o aleatorio:**

   a) Preguntar a tu amigo un número de dos cifras.

   b) Anotar el color de una bola que sacamos de una urna que contiene 6 bolas azules.

   c) Extraer una carta de la baraja española.

a) Es aleatorio, no sabemos qué va a decir nuestro amigo.

b) Es determinista, solo hay bolas azules, sabemos lo que va a salir.

c) Es aleatorio, no sabemos qué carta va a salir.

2. **Escribe el espacio muestral de los experimentos aleatorios de la actividad anterior.**

a) $E = \{10, 11, 12, 13, \ldots, 97, 98, 99\}$

c) E = {As de oros, dos de oros, tres de oros, cuatro de oros, cinco de oros, seis de oros, siete de oros, sota de oros, caballo de oros, rey de oros, as de bastos, …,rey de bastos, as de espadas, …, rey de espadas, as de copas, …, rey de copas}

3. **Dado el experimento que consiste en elegir una letra de la palabra *ALUMNO*, escribe todos sus sucesos elementales y uno compuesto.**

Sucesos elementales: {A}, {L}, {U}, {M}, {N}, {O}

Suceso compuesto, por ejemplo, sacar vocal = {A, U, O}

4. **Utiliza un diagrama de árbol para determinar el espacio muestral del experimento que consiste en escoger una camiseta y un pantalón de un armario en el que hay dos camisetas, una verde y otra roja, y tres pantalones, uno azul, otro negro y otro marrón.**

- Camiseta verde
  - Pantalón azul → Verde–Azul
  - Pantalón negro → Verde–Negro
  - Pantalón marrón → Verde–Marrón
- Camiseta roja
  - Pantalón azul → Rojo–Azul
  - Pantalón negro → Rojo–Negro
  - Pantalón marrón → Rojo–Marrón

$E = \{VA, VN, VM, RA, RN, RM\}$

5. **Se extraen dos cartas de la baraja española y se anota el palo al que pertenecen. Dibuja el diagrama de árbol para este experimento y, a partir de él, escribe el espacio muestral.**

- Bastos
  - Bastos
  - Copas
  - Espadas
  - Oros
- Copas
  - Bastos
  - Copas
  - Espadas
  - Oros
- Espadas
  - Bastos
  - Copas
  - Espadas
  - Oros
- Oros
  - Bastos
  - Copas
  - Espadas
  - Oros

Considerando que influye el orden, el espacio muestral es:
$E = \{BB, BC, BE, BO, CB, CC, CE, CO, EB, EC, EE, EO, OB, OC, OE, OO\}$

Considerando que no influye el orden, el espacio muestral es:
$E = \{BB, BC, BE, BO, CC, CE, CO, EE, EO, OO\}$

6. **Determina, utilizando un diagrama de árbol, todos los posibles resultados que se pueden obtener al realizar estos experimentos aleatorios.**

a) Lanzar dos dados.

b) Lanzar tres monedas.

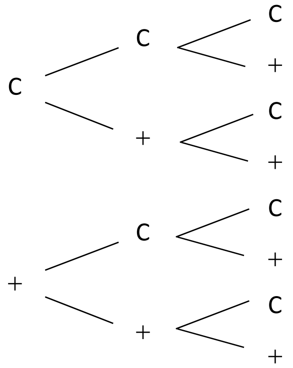
a) Si importa el orden, el espacio muestral es:

E = {11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66}

Si no importa el orden, el espacio muestral es:

E = {11, 12, 13, 14, 15, 16, 22, 23, 24, 25, 26, 33, 34, 35, 36, 44, 45, 46, 55,56, 66}

b)



Si importa el orden, el espacio muestral es:

E = {CCC, CC+, C+C, C++, +CC, +C+, ++C, +++}

Si no importa el orden, el espacio muestral es:

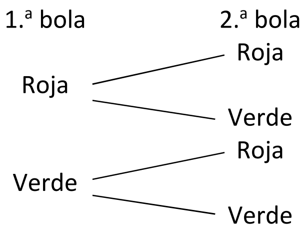
E = {CCC, CC+, C++, +++}

7. **En una bolsa tenemos 4 bolas rojas y 7 bolas verdes. Dibuja el diagrama de árbol y describe los sucesos elementales del espacio muestral si:**

a) Se escogen dos bolas al azar y se anota su color.

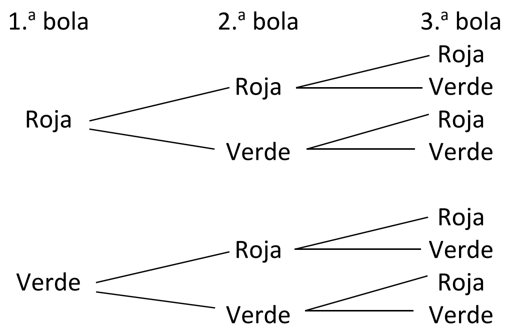
b) Se escogen tres bolas y se anota su color.

a)



Los sucesos elementales son RR, RV, VR, VV, que se reducen a RR, VR y VV si el orden no importa.

b)



Los sucesos elementales son RRR, RRV, RVR, RVV, VRR, VRV, VVR, VVV, que se reducen a RRR, RRV, RVV, VVV si el orden no importa.

8. **Realizamos el siguiente experimento aleatorio: primero lanzamos un dado y anotamos el número de su cara superior.**

- **Si el resultado es un número par, lanzamos una moneda y anotamos el resultado.**
- **Si es impar, volvemos a lanzar el dado y anotamos el número de su cara superior.**

a) Indica todos los resultados posibles que podemos obtener.

b) Determina el suceso «Que salga número par».

a) Par:

2 → 2C, 2+

4 → 4C, 4+

6 → 6C, 6+

Impar:

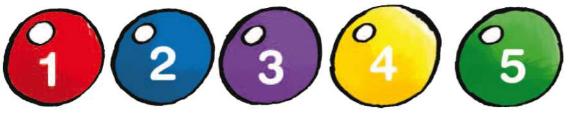
1 → 11, 12, 13, 14, 15, 16

3 → 31, 32, 33, 34, 35, 36

5 → 51, 52, 53, 54, 55, 56

b) «Que salga número par» = {2C, 2+, 4C, 4+, 6C, 6+}

9. **En una urna tenemos 5 bolas numeradas del 1 al 5. Utiliza un diagrama de árbol para determinar el espacio muestral en cada uno de estos experimentos aleatorios.**



a) Si sacamos una bola, y sin echarla a la urna, sacamos otra bola.

b) Si sacamos una bola, la volvemos a echar a la urna, y sacamos una segunda bola.

c) Si sacamos tres bolas a la vez.

a)

1 → 2, 3, 4, 5

2 → 1, 3, 4, 5

3 → 1, 2, 4, 5

4 → 1, 2, 3, 5

5 → 1, 2, 3, 4

Consideramos que el orden influye:

E = {12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25, 31, 32, 34, 35, 41, 42, 43, 45, 51, 52, 53, 54}

b) Como se puede repetir el número y el orden influye:

E = {11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, 33, 34, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 51, 52, 53, 54, 55}

c) Si sacamos tres bolas a la vez, no se puede repetir número. Además, como son tres bolas a la vez, no importa el orden, es lo mismo 123 que 213.

$E = \{123, 124, 125, 134, 135, 145, 234, 235, 245, 345\}$

10. Considera el experimento de extraer una carta de una baraja española. Utiliza la unión y la intersección de sucesos para expresar:

a) A = «Que la carta sea un as o un rey»

b) B = «Que la carta sea un rey o sea de copas»

c) C = «Que la carta sea el caballo de bastos»

a) R = «Que la carta sea un as» S = «Que la carta sea un rey»

$A = R \cup S$

b) R = «Que la carta sea un rey» S = «Que la carta sea de copas»

$B = R \cup S$

c) R = «Que la carta sea un caballo» S = «Que la carta sea de bastos»

$C = R \cap S$

11. Dados los sucesos $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ y $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, calcula:

a) $A \cup B$ c) $A \cup B \cup C$

b) $A \cap C$ d) $A \cap B \cap C$

a) $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$

b) $A \cap C = \{2, 4, 6\}$

c) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12\}$

d) $A \cap B \cap C = \{6\}$

12. Dado el suceso $A = \{2, 4, 6, 8\}$, ¿puedes calcular $\overline{A}$?

No, porque no sabemos cuál es el espacio muestral.

13. En un monedero tenemos monedas de 1, 2, 5, 10, 20 y 50 céntimos y sacamos una de ellas al azar. Llamamos:

A = «Sacar una moneda cuyo valor sea mayor o igual que 20 céntimos»
B = «Sacar una moneda cuyo valor sea múltiplo de 5»
C = «Sacar una moneda cuyo valor sea un número impar»

Calcula:

a) $A \cup B \cup C$ c) $\overline{A} \cap C$ e) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $A \cap B \cap C$ d) $\overline{A \cap C}$ f) $\overline{A \cup B}$

a) $A \cup B \cup C = \{1, 5, 10, 20, 50\}$

b) $A \cap B \cap C = \varnothing$

c) $\overline{A} \cap C = \{1, 5\}$

d) $\overline{A \cap C} = E$

e) $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 5, 10\}$

f) $\overline{A \cup B} = \{1, 2\}$

14. **Lanzamos dos dados, uno de color rojo y otro azul, y anotamos el número que aparece en su cara superior. Considerando los siguientes sucesos:**

A = «Salir el mismo número en los dos dados»
B = «La suma de los dos números es 9»
C = «El producto de los dos números es mayor que 30»

a) Calcula:

I. $A \cup \overline{B}$	III. $\overline{A} \cap \overline{B}$	V. $\overline{A} \cup \overline{B}$
II. $A \cap B \cap C$	IV. $\overline{A \cap B}$	VI. $\overline{A \cup C}$

b) ¿Qué ocurriría si los dados fuesen del mismo color?

a) I: {R1-A1, R1-A2, R1-A3, R1-A4, R1-A5, R1-A6, R2-A1, R2-A2, R2-A3, R2-A4, R2-A5, R2-A6, R3-A1, R3-A2, R3-A3, R3-A4, R3-A5, R4-A1, R4-A2, R4-A3, R4-A4, R4-A6, R5-A1, R5-A2, R5-A3, R5-A5, R5-A6, R6-A1, R6-A2, R6-A4, R6-A5, R6-A6}

II: $\varnothing$

III: {R1-A2, R1-A3, R1-A4, R1-A5, R1-A6, R2-A1, R2-A3, R2-A4, R2-A5, R2-A6, R3-A1, R3-A2, R3-A4, R3-A5, R4-A1, R4-A2, R4-A3, R4-A6, R5-A1, R5-A2, R5-A3, R5-A6, R6-A1, R6-A2, R6-A4, R6-A5}

IV: E

V: E

VI: {R1-A2, R1-A3, R1-A4, R1-A5, R1-A6, R2-A1, R2-A3, R2-A4, R2-A5, R2-A6, R3-A1, R3-A2, R3-A4, R3-A5, R3-A6, R4-A1, R4-A2, R4-A3, R4-A5, R4-A6, R5-A1, R5-A2, R5-A3, R5-A4, R5-A6, R6-A1, R6-A2, R6-A3, R6-A4, R6-A5}

b) Que habría sucesos elementales que no se distinguirían, por ejemplo, sería lo mismo R1-A2 que R2-A1, de modo que se verían simplificados los posibles resultados para cada suceso.

15. **Calcula la probabilidad de estos sucesos referidos al lanzamiento de un dado.**

a) Que salga un número mayor que 7.
b) Que salga un 4.

a) $P(A) = 0$ b) $P(A) = \frac{1}{6}$

16. **En el experimento anterior, ¿se puede aplicar la regla de Laplace?**

Sí, porque todos los resultados tienen la misma probabilidad de salir.

17. **¿Cómo sería un dado en el que sus sucesos elementales no fuesen equiprobables?**

Estaría trucado y no se podría aplicar la regla de Laplace para saber la probabilidad de cada una de sus caras.

18. **Al tirar un dado, determina la probabilidad de que su cara superior sea:**

a) El número 3.
b) El número 3 o el 6.
c) Un número menor que 3.
d) No sea el número 4.
e) No sea el número 2 ni el 4.

a) $A = \{3\}$ $\qquad P(A) = \frac{1}{6}$

b) $B = \{3, 6\}$ $\qquad P(B) = \frac{1}{3}$

c) $C = \{1, 2\}$ $\qquad P(C) = \frac{1}{3}$

d) $D = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ $\qquad P(D) = \frac{5}{6}$

e) $E = \{1, 3, 5, 6\}$ $\qquad P(E) = \frac{2}{3}$

19. En un paquete de caramelos hay 10 con sabor a fresa y 5 de limón. ¿Qué probabilidad hay de que al coger un caramelo al azar sea de limón? ¿Y de que no sea de limón?

$P(\text{limón}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ $\qquad P(\text{no limón}) = \frac{2}{3}$

20. Se saca una bola de una bolsa en la que hay siete bolas blancas, diez negras y cuatro verdes. Calcula la probabilidad de sacar:

a) Una bola negra.

b) Una bola que no sea blanca.

c) Una bola negra o verde.

a) $P(\text{bola negra}) = \frac{10}{21}$ $\qquad$ b) $P(\text{bola no blanca}) = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ $\qquad$ c) $P(\text{bola negra o verde}) = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

21. Tiramos dos veces una moneda y observamos su cara superior. Calcula la probabilidad de que:

a) Salga las dos veces cara.

b) Salga una vez cara, y la otra, cruz.

c) No salga ninguna vez cruz.

d) Salga, al menos una vez, cara.

$E = \{CC, C+, +C, ++\}$

a) $P(A) = \frac{1}{4}$ $\qquad$ b) $P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ c) $P(C) = \frac{1}{4}$ $\qquad$ d) $P(D) = \frac{3}{4}$

22. En una heladería se venden estos helados:

Una niña pequeña elige un sabor al azar. Calcula la probabilidad de que el helado que haya elegido:

a) Sea de avellana.

b) No sea de chocolate.

c) Sea de pistacho o tiramisú.

d) No sea de pistacho ni de tiramisú.

a) $P(\text{ser de avellana}) = \frac{1}{6}$

b) $P(\text{no ser de chocolate}) = \frac{5}{6}$

c) $P(\text{ser de pistacho o de tiramisú}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

d) $P(\text{no ser de pistacho o de tiramisú}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

23. Se lanzan una moneda y un dado y se anotan los resultados. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Cara y un número par.

b) Cruz y un número múltiplo de 3.

$E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, +1, +2, +3, +4, +5, +6\}$

a) $P(\text{cara y número par}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

b) $P(\text{cruz y múltiplo de 3}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

24. Adela y Susana escriben, cada una en un papel, un número comprendido entre 1 y 4, ambos inclusive. Después, suman los dos números que han escrito.

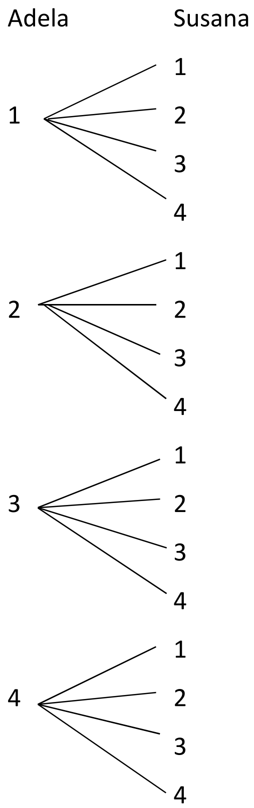
a) Dibuja el diagrama de árbol y escribe el espacio muestral.

b) Calcula la probabilidad de que la suma de los dos números sea 6.

c) Halla la probabilidad de que la suma sea mayor que 7.

d) Calcula la probabilidad de que la suma sea un número par.

a)



$E = \{1–1, 1–2, 1–3, 1–4, 2–1, 2–2, 2–3, 2–4, 3–1, 3–2, 3–3, 3–4, 4–1, 4–2, 4–3, 4–4\}$

b) $P(A) = \frac{3}{16}$

c) $P(B) = \frac{1}{16}$

d) $P(C) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

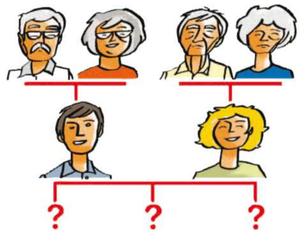
25. **Una pareja planea tener tres hijos. En un diagrama de árbol indica todas las combinaciones posibles del sexo de sus hijos. Después, calcula la probabilidad de:**

a) Que sean dos niños y una niña.

b) Que los tres sean niñas.

c) Que al menos uno de ellos sea niño.

d) Que los tres tengan el mismo sexo.



1.er hijo — 2.º hijo — 3.er hijo

- Niña
  - Niña
    - Niña
    - Niño
  - Niño
    - Niña
    - Niño
- Niño
  - Niña
    - Niña
    - Niño
  - Niño
    - Niña
    - Niño

$E = \{AAA, AAO, AOA, AOO, OAA, OAO, OOA, OOO\}$

a) $P(A) = \frac{3}{8}$　　b) $P(B) = \frac{1}{8}$　　c) $P(C) = \frac{7}{8}$　　d) $P(D) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

26. **Escribimos las letras O, N, U en tres papelitos y los metemos en una bolsa. Calcula la probabilidad de que, sacando uno a uno los papelitos de la bolsa, se forme, en orden de salida, la palabra UNO.**

1.ª letra — 2.ª letra — 3.ª letra

- O
  - N — U
  - U — N
- N
  - O — U
  - U — O
- U
  - O — N
  - N — O

$E = \{ONU, OUN, NOU, NUO, UON, UNO\}$

$P(\text{UNO}) = \frac{1}{6}$

27. **Tenemos un dado trucado con el cual hemos obtenido estos resultados.**

Lanzamientos	10	20	30	40	50	60
Veces que sale 4	3	7	10	13	16	19

¿Qué probabilidad asignarías al suceso «Salir 4»?

$\frac{3}{10} = 0{,}3$ $\frac{7}{20} = 0{,}35$ $\frac{10}{30} = 0{,}33$ $\frac{13}{40} = 0{,}325$ $\frac{16}{50} = 0{,}32$ $\frac{19}{60} = 0{,}32$

Por la ley de los grandes números podemos afirmar que P(salir 4) = 0,32.

28. **En el experimento de la actividad anterior, ¿podemos afirmar que el dado está trucado? ¿Por qué?**

Sí, podemos afirmarlo, porque si todos los sucesos fuesen equiprobables, como debería ser en un dado no trucado, la probabilidad de sacar 4 sería 0,167.

29. **Una máquina fabrica chinchetas. ¿Cómo calcularías la probabilidad de que, escogida una chincheta al azar, sea defectuosa?**

Cogiendo diferentes grupos de chinchetas, cada vez mayores, y viendo cuántas chinchetas defectuosas hay en ese grupo. Así se vería hacia qué número tiende la frecuencia relativa, es decir, $\frac{\text{Chinchetas defectuosas}}{\text{Chinchetas totales}}$.

30. **Se extrae una carta de la baraja española y se consideran estos sucesos.**

A **= «Salir as, rey, caballo o sota»**
B **= «Salir una carta de bastos»**
C **= «Salir un rey»**

a) Estudia la compatibilidad de estos sucesos dos a dos.

b) Encuentra un suceso incompatible con cada uno de ellos y otro incompatible con los tres a la vez.

a) *A* y *B* son compatibles, ya que pueden salir as, rey, caballo o sota de bastos.

A y *C* son compatibles, el rey es una opción que vale a ambos.

B y *C* son compatibles, ya que puede salir el rey de bastos.

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

Incompatible con *A* = «Salir 2»

Incompatible con *B* = «Salir una carta de copas»

Incompatible con *C* = «Salir 2»

Incompatible con los tres = «Salir 2 de copas»

31. **Tenemos un experimento cuyo espacio muestral es: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y tomamos los sucesos: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 7\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ y $D = \{1, 5, 9\}$. Estudia la compatibilidad de estos sucesos dos a dos.**

A y *B* son compatibles. *A* y *C* son compatibles.

A y *D* son compatibles. *B* y *C* son incompatibles.

B y *D* son incompatibles. *C* y *D* son incompatibles.

32. **Si un suceso A está contenido en otro B, razona si estas igualdades son verdaderas o falsas.**

a) $P(A) = P(B)$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

c) $P(\overline{B}) = 1 - P(A)$

d) $P(A \cap B) = P(A)$

Si A está contenido en B, los sucesos son compatibles.

a) Falso. Por ejemplo, al lanzar un dado B = «salir par» y A = «salir 2», A está contenido en B, pero la probabilidad no es la misma.

b) Falso, como son compatibles, la probabilidad de la unión es la suma de las probabilidades menos la probabilidad de la intersección.

c) Falso. Por ejemplo, al lanzar un dado B = «salir par» y A = «salir 2», B está contenido en A, y tenemos que el complementario de B es salir impar, cuya probabilidad es 1/2, y sin embargo $1 - P(A) = 1 - 1/6 = 5/6$.

d) Verdadero, como A está contenido en B, su intersección es A, de modo que la probabilidad de la intersección es igual a la probabilidad de A.

33. **Tenemos una moneda de 5 céntimos, una de 10, una de 20, una de 50, una de 1 € y una de 2 €. Se elige una de ellas al azar y se consideran estos sucesos:**

A = «Sacar una moneda menor de 50 céntimos»
B = «Sacar una moneda de 1 €»
C = «Sacar una moneda menor de 2 €»

Calcula las siguientes probabilidades.

a) $P(A \cup B)$

b) $P(A \cup C)$

c) $P(\overline{A})$

d) $P(\overline{B})$

e) $P(\overline{A \cup B})$

f) $P(\overline{A \cup C})$

a) A y B son incompatibles, de modo que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) A y C son compatibles, la intersección es A, ya que A está contenido en C, así tenemos que $P(A \cup C) = \frac{5}{6}$.

c) $\overline{A}$ = «sacar una moneda igual o mayor a 50 céntimos» $\quad P(\overline{A}) = \frac{1}{2}$

d) $\overline{B}$ = «sacar una moneda que no sea de 1 euro» $\quad P(\overline{B}) = \frac{5}{6}$

e) $\overline{A \cup B}$ = «sacar una moneda de 50 céntimos o de 2 euros» $\quad P(\overline{A \cup B}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

f) $\overline{A \cup C}$ = «sacar una moneda de 2 euros» $\quad P(\overline{A \cup C}) = \frac{1}{6}$

34. **En una bolsa tenemos 4 bolas rojas, 3 verdes, 2 amarillas y 1 negra. Se sacan dos bolas a la vez y se observa el color. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.**

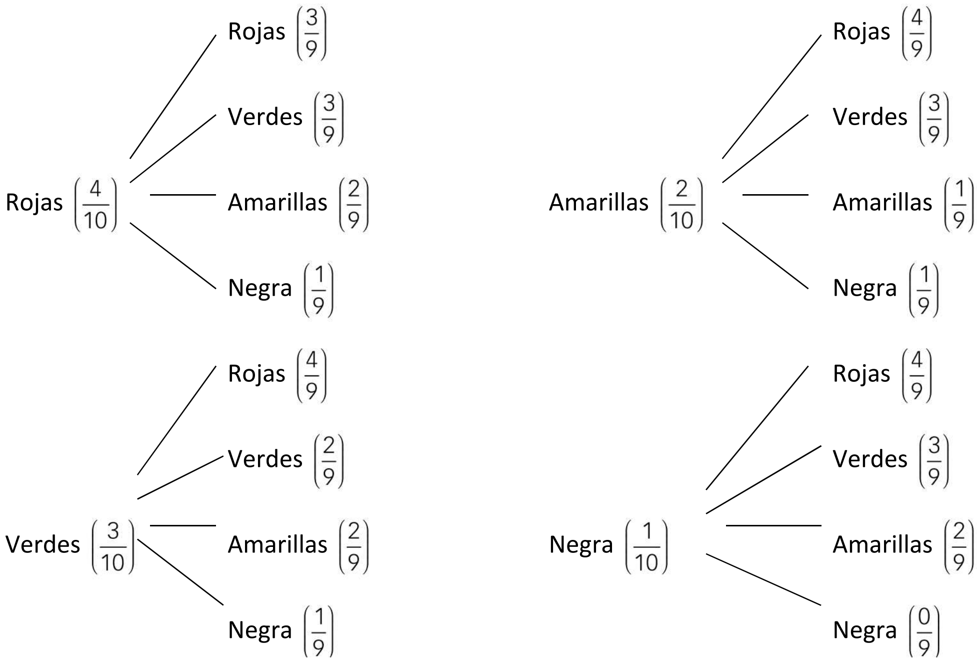
a) A = «Sacar 2 bolas rojas o 1 verde y 1 negra»

b) B = «No sacar 2 bolas rojas»

c) C = «No sacar 1 bola verde y 1 negra»

d) D = «Sacar al menos 1 bola roja»

e) E = «No sacar ninguna bola roja»



a) Sea R = «sacar dos bolas rojas» y S = «sacar una bola verde y una bola negra»

Son dos sucesos incompatibles.

$P(R)=\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}=\frac{12}{90}=\frac{2}{15}$ $\qquad P(S)=\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\cdot\frac{3}{9}=\frac{3}{90}+\frac{3}{90}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$ $\qquad P(A)=\frac{2}{15}+\frac{1}{15}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

b) $P(B)=1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$

c) $P(C)=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

d) $P(D)=\left(\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\right)+\left(\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\right)+\left(\frac{4}{10}\cdot\frac{2}{9}\right)+\left(\frac{4}{10}\cdot\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{4}{9}\right)+\left(\frac{2}{10}\cdot\frac{4}{9}\right)+\left(\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{9}\right)=\frac{60}{90}=\frac{2}{3}$

e) $P(E)=1-P(D)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

ACTIVIDADES FINALES

35. Clasifica los siguientes experimentos en deterministas o aleatorios.

a) Extraer una carta de la baraja española.
b) Medir la altura de un edificio.
c) Averiguar el número de goles de un partido de fútbol.
d) Medir un ángulo.
e) Anotar el color de ojos de la primera persona con la que te cruzas en la calle.
f) Elegir, con los ojos tapados, una ficha de un dominó.
g) Abrir un libro al azar y anotar el número de la página de la izquierda.
h) Medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

Deterministas: b), d) y h).

Aleatorios: a), c), e), f) y g).

36. **Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios.**

a) Extraer una carta de la baraja española y anotar el palo al que pertenece.

b) Lanzar dos monedas al aire y anotar el número de caras.

c) Anotar el color de una bola que extraemos de una bolsa en la que hay 10 bolas rojas, 5 azules y 3 verdes.

d) Lanzar un dado dos veces y sumar las puntuaciones obtenidas.

e) Sacar una tarjeta de una urna en la que hay tarjetas numeradas del 1 al 20.

f) Escribir los resultados al lanzar una moneda y un dado.

g) Anotar la última cifra de la matrícula de los coches que en un intervalo de tiempo pasan por un lugar.

h) Extraer una moneda de un monedero en el que hay monedas de 1, 2, 5, 10 y 20 céntimos.

a) $E = \{$bastos, copas, espadas, oros$\}$

b) $E = \{0, 1, 2\}$

c) $E = \{$rojo, azul, verde$\}$

d) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

e) $E = \{1, 2, 3, \ldots, 18, 19, 20\}$

f) $E = \{1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 1+, 2+, 3+, 4+, 5+, 6+\}$

g) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

h) $E = \{1, 2, 5, 10, 20\}$

37. **Utilizando un diagrama de árbol, escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios.**

a) Se lanza una moneda. Si sale cara, se lanza un dado; si sale cruz, se saca una tarjeta de una urna con tarjetas numeradas del 10 al 20.

b) Se extrae una carta de la baraja española. Si sale una figura, se lanza una moneda; si la carta no es una figura, se lanza un dado.

c) Se lanza un dado. Si sale número par, se extrae una carta de una baraja española y se anota el palo; si el número es impar, se extrae una bola de una bolsa con bolas negras y blancas.

a) $E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, +10, +11, +12, +13, +14, +15, +16, +17, +18, +19, +20\}$

b) Figura = Sota, Caballo, Rey No Figura = As, 2, 3, 4, 5, 6, 7
$E = \{$Figura-Cara, Figura-Cruz, Nofigura-1, No figura-2, No figura-3, No figura-4, No figura-5, No figura-6$\}$

c) $E = \{$Par-Bastos, Par-Copas, Par-Espadas, Par-Oros, Impar-Negra, Impar-Blanca$\}$

38. **¿Hay alguna diferencia entre los espacios muestrales de los siguientes experimentos?**

a) «Sacar una bola de una bolsa en la que hay 9 bolas verdes, 8 rojas, 5 azules y 3 blancas» y «Sacar una bola de una bolsa en la que hay 6 bolas verdes, 2 rojas, 3 azules y 8 blancas».

b) «Lanzar dos veces un dado y anotar los números de su cara superior» y « Lanzar dos dados iguales a la vez y anotar los números de su cara superior».

a) El espacio muestral es el mismo, pues la bola puede ser verde, roja, azul o blanca, lo que pasa es que las probabilidades no son las mismas.

b) Los espacios muestrales son distintos, pues en el primer caso importa el orden, no es lo mismo 2–1 que 1–2 y en el segundo no hay orden 1–2 y 2–1 es lo mismo.

39. **Si lanzamos un dado y consideramos estos sucesos:**

A = «Salir par»
B = «Salir múltiplo de tres»
C = «Salir número menor que tres»
D = «Salir impar»

Calcula:

a) $A \cup B$ b) $A \cup C$ c) $\overline{B}$ d) $\overline{C \cup D}$

a) $E = \{2, 3, 4, 6\}$ b) $E = \{1, 2, 4, 6\}$ c) $E = \{1, 2, 4, 5\}$ d) $E = \{4, 6\}$

40. **Considera el experimento que consiste en extraer una bola de un bombo con bolas numeradas del 1 al 20 y los sucesos:**

A = «Salir número múltiplo de 5»
B = «Salir número mayor que 8»
C = «Salir número comprendido entre 4 y 14»

Calcula:

a) $\overline{A}$ c) $\overline{A \cup B}$ e) $A \cup B \cup C$
b) $\overline{A} \cup \overline{B}$ d) $A \cap B$ f) $A \cup \overline{B} \cup C$

a) $\overline{A} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19\}$

b) $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19\}$

c) $\overline{A \cup B} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$

d) $A \cap B = \{10, 15, 20\}$

e) $A \cup B \cup C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

f) $A \cup \overline{B} \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20\}$

41. **Tomamos al azar una ficha de un dominó y consideramos estos sucesos:**

A = «Obtener una ficha con puntuaciones que suman 6»
B = «Obtener una ficha que contenga, al menos, un 6»
C = «Obtener una ficha con puntuaciones que, al multiplicarlas, den 6»

Calcula:

a) $A \cup B$ c) $\overline{A \cap C}$ e) $\overline{A \cup B \cup C}$
b) $A \cup C$ d) $\overline{B} \cap \overline{C}$ f) $\overline{A \cup B} \cap C$

a) $A \cup B = \{$1-5, 1-6, 2-4, 2-6, 3-3, 3-6, 4-6, 5-6, 6-6$\}$

b) $A \cup C = \{$1-5, 1-6, 2-4, 2-3, 3-3$\}$

c) $\overline{A \cap C} = E$

d) $\overline{B} \cap \overline{C} = \{$1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 2-2, 2-4, 2-5, 3-3, 3-4, 3-5, 4-4, 4-5, 5-5$\}$

e) $\overline{A \cup B \cup C} = \{$1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 2-2, 2-5, 3-4, 3-5, 4-4, 4-5, 5-5$\}$

f) $\overline{A \cup B} \cap C = \{$2-3$\}$

42. **Considera el experimento que consiste en extraer una tarjeta de una urna que contiene tarjetas numeradas del 1 al 10. Calcula la probabilidad de estos sucesos.**

a) «Que salga una tarjeta con un número mayor que 8»

b) «Que salga una tarjeta con un número divisible entre 3»

c) «Que salga una tarjeta con el número 0»

d) «Que salga una tarjeta con un número menor que 11»

a) $P(A) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ b) $P(A) = \frac{3}{10}$ c) $P(A) = 0$ d) $P(A) = 1$

43. **Considera el experimento que consiste en extraer una carta de la baraja española. Calcula la probabilidad de los sucesos que se definen.**

a) «Extraer un as»

b) «Extraer una figura»

c) «Extraer un as o una figura»

d) «Extraer el as de copas»

e) «Extraer una carta de oros»

f) «Extraer una carta que no sea un caballo»

g) «Extraer una carta que no sea el caballo de oros»

a) $P(A) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$ c) $P(A) = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$ e) $P(A) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ g) $P(A) = \frac{39}{40}$

b) $P(A) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$ d) $P(A) = \frac{1}{40}$ f) $P(A) = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$

44. **¿Qué es más probable, obtener una carta de bastos al extraer una carta de una baraja española o sacar una bola roja de una bolsa con 5 bolas rojas y 10 bolas azules?**

$P(\text{«bastos»}) = \frac{1}{4}$ $P(\text{«bola roja»}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

Es más probable obtener una bola roja.

45. **La probabilidad de un suceso es 0,3. Calcula la probabilidad del suceso contrario.**

$P(\overline{A}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

46. **En una bolsa hay bolas numeradas del 1 al 5. Extraemos 5000 veces una bola, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. Estos han sido los resultados.**

Bola	1	2	3	4	5
f_i	1200	800	700	1300	1000

Calcula la probabilidad de obtener múltiplo de 2.

Si en la bolsa hay 100 bolas, ¿cuántas son de cada clase? Justifica tu respuesta.

$P(«2») = \frac{800}{5\,000} = \frac{4}{25}$ y $P(«4») = \frac{1\,300}{5\,000} = \frac{13}{50} \longrightarrow P(«\text{múltiplo de } 2») = \frac{4}{25} + \frac{13}{50} = \frac{21}{50}$

$P(«1») = \frac{1\,200}{5\,000} = \frac{12}{50} = \frac{24}{100}$ $P(«2») = \frac{800}{5\,000} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100}$ $P(«3») = \frac{700}{5\,000} = \frac{7}{50} = \frac{14}{100}$

$P(«4») = \frac{1\,300}{5\,000} = \frac{13}{50} = \frac{26}{100}$ $P(«5») = \frac{1\,000}{5\,000} = \frac{20}{100}$

Hay 24 bolas con un 1, 16 bolas con un 2, 14 bolas con un 3, 26 bolas con un 4 y 20 bolas con un 5.

47. En un bombo hay 10 bolas numeradas del 0 al 9. Se repite 100 veces el experimento de extraer una bola y reemplazarla. Los resultados son:

Bola	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_i	7	13	11	12	8	10	12	6	10	11

Dados los sucesos A = «Múltiplo de 3», B = «Número impar» y C = «Divisor de 6», calcula:

a) La frecuencia relativa de A, B y C.

b) La frecuencia relativa de $A \cup B$, $A \cap B$ y $A \cup C$.

¿Qué probabilidad le asignarías a cada suceso?

a) Frecuencia relativa de $A = \frac{12+12+11}{100} = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

Frecuencia relativa de $B = \frac{13+12+10+6+11}{100} = \frac{52}{100} = \frac{13}{25}$

Frecuencia relativa de $C = \frac{13+11+12+12}{100} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

b) $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\} \longrightarrow$ Fr. Relativa $= \frac{13+12+10+12+6+11}{100} = \frac{64}{100} = \frac{16}{25}$

$A \cap B = \{3, 9\} \longrightarrow$ Fr. Relativa $= \frac{12+11}{100} = \frac{23}{100}$

$A \cup C = \{1, 2, 3, 6, 9\} \longrightarrow$ Fr. Relativa $= \frac{13+11+12+12+11}{100} = \frac{59}{100}$

A cada suceso le asignaría de probabilidad su frecuencia relativa.

48. En una bolsa hay bolas negras, rojas y blancas. La probabilidad de sacar una bola negra es 0,25, y la de sacar una bola blanca, 0,4. Calcula la probabilidad de sacar:

a) Una bola que no sea negra.

b) Una bola que no sea blanca.

a) $P(«\text{bola no negra}») = 1 - 0,25 = 0,75$

b) $P(«\text{bola no blanca}») = 1 - 0,4 = 0,6$

49. **En un bote hay bolas de color rojo, amarillo, verde y azul, de tal manera que la probabilidad de obtener cada una de ellas es la siguiente:**

***P*(Obtener bola roja) = 0,3** **P(Obtener bola verde) = 0,25**

***P*(Obtener bola azul) = 0,15** ***P*(Obtener bola amarilla) = 0,3**

Si en el bote se han contado 300 bolas.

a) ¿Cuántas bolas hay de color rojo?

b) ¿Y de color azul o verde?

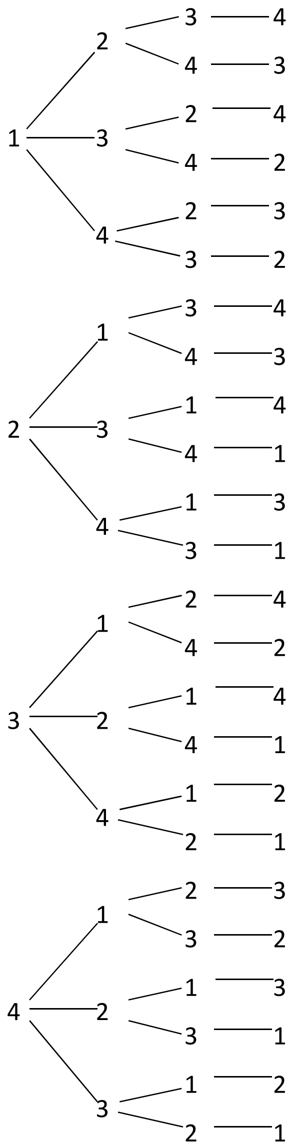
c) ¿De qué color hay más bolas?

a) $300 \cdot 0,3 = 90$ bolas rojas

b) $300 \cdot 0,15 + 300 \cdot 0,25 = 120$ bolas verdes o azules

c) $300 - 120 - 90 = 90$ bolas amarillas $300 \cdot 0,15 = 45$ bolas azules $300 \cdot 0,25 = 75$ bolas verdes
Hay más bolas de color amarillo y de color rojo.

51. **¿Cuántos números de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3 y 4 sin repetir ningún dígito?**



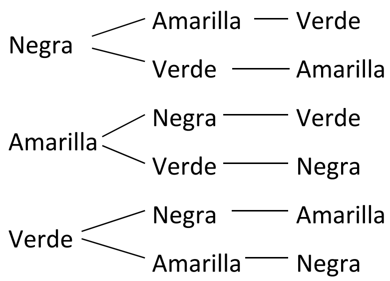
Se pueden formar 24 números diferentes.

52. **Tenemos tarjetas de tres colores diferentes: negra, amarilla y verde.**

a) ¿Cuántas secuencias diferentes de tres tarjetas podemos formar si no se repiten las tarjetas?

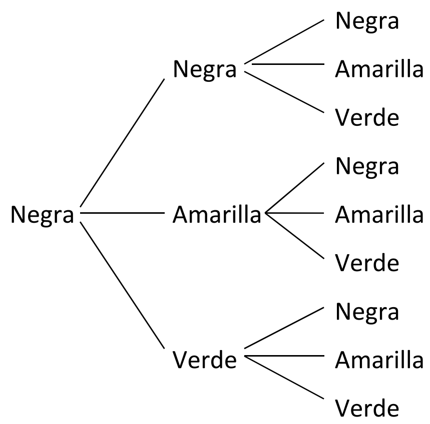
b) ¿Cuántas secuencias diferentes de tres tarjetas podemos formar si se pueden repetir tarjetas del mismo color?

a)



Se pueden hacer 6 secuencias.

b)



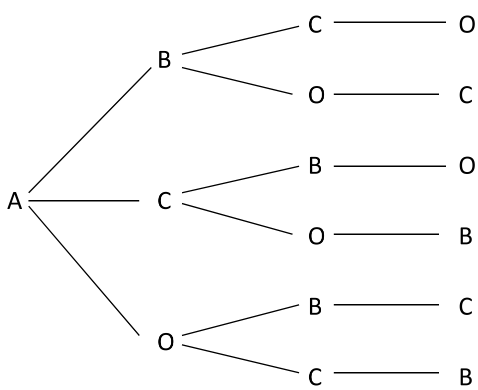
Repetimos esto dos veces más, empezando por amarilla y por verde. El total de secuencias es $9 \cdot 3 = 27$.

53. **En una bolsa tenemos cuatro tarjetas con las letras *A*, *B*, *C* y *O*, una en cada tarjeta. Sacamos las tarjetas una a una, sin volverlas a meter en la bolsa, y formamos una palabra con las letras de cada tarjeta en el orden en que las sacamos.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de formar la palabra BOCA?

b) ¿Y de formar la palabra CABO?

c) ¿Cuál es la probabilidad de conseguir una de las dos palabras?



Hay un total de $6 \cdot 4 = 24$ posibilidades.

a) $\frac{1}{24}$ b) $\frac{1}{24}$ c) $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

54. En una urna tenemos tres bolas numeradas del 1 al 3. Si vamos extrayendo bolas hasta sacar la que tiene el 1:

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener el 1 en la primera extracción?

b) ¿Qué es más probable, sacar el 1 en la segunda extracción o en la tercera?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que en la primera no obtengamos un 1 y en la segunda no obtengamos un 2?

a) $\frac{1}{3}$

b) Se ha sacado una bola ya y no ha sido el 1, cada bola de las que queda tiene un 50 % de posibilidades de salir, de modo que tiene las mismas probabilidades de salir 1 en la segunda extracción, que de no salir y, por tanto, será 1 la tercera extracción.

c)

1	2	3
	3	2
2	1	3
	3	1
3	1	2
	2	1

Que no salga 1 en la primera extracción puede pasar dos veces de tres, es decir, la probabilidad es $\frac{2}{3}$. Y de esas veces, en un caso es seguro que no va a salir 2 y en el otro hay un 50 % de posibilidades.

$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

55. Lanzamos una moneda al aire tres veces y anotamos el número de veces que hemos obtenido cara.

a) Describe el espacio muestral con ayuda de un diagrama de árbol.

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras después de tres lanzamientos?

c) ¿Qué es más probable, que el número de caras sea mayor que el de cruces o que el número de cruces resulte mayor que el de caras?

a) Realizamos el diagrama de árbol y obtenemos: $E = \{CCC, CC+, C+C, C++, +CC, +C+, ++C, +++\}$

b) $P(A) = \frac{3}{8}$

c) Son igual de probables.

56. En un grupo de alumnos hay 12 chicas y 16 chicos. Alejandro y Teresa pertenecen a este grupo. Se elige un alumno al azar. Calcula la probabilidad de que ese alumno:

a) Sea un chico.

b) Sea Teresa.

c) Sea una chica.

d) Sea Alejandro.

a) $P(\text{chico}) = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$ b) $P(\text{Teresa}) = \frac{1}{28}$ c) $P(\text{chica}) = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ d) $P(\text{Alejandro}) = \frac{1}{28}$

57. **Clara y Sofía tienen que recoger la habitación que comparten. Clara pone en una bolsa 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 azul, y le propone a su hermana sacar una. Si es roja, recoge Sofía, y si es azul, recoge ella.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de cada bola?

b) ¿Es justo lo que propone Clara?

c) Sofía no acepta el trato y propone que si sale roja, recogerá ella, y si sale azul o verde, recogerá Clara. ¿Es justo este trato? ¿Por qué?

a) $P(\text{roja}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\quad P(\text{verde}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\quad P(\text{azul}) = \frac{1}{6}$

b) No es justo, tiene más posibilidades de tener que recoger Sofía que Clara: $P(\text{azul}) = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} = P(\text{roja})$

c) Sí, así es justo, porque las dos tienen la misma probabilidad de recoger: $P(\text{azul o verde}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = P(\text{roja})$

58. **Se sacan dos monedas a la vez de una hucha en la que hay tres monedas de 2 €, una de 1 €, dos de 50 céntimos y cuatro de 20 céntimos. Calcula la probabilidad de obtener una cantidad de dinero:**

a) Menor que 20 céntimos.

b) Mayor que 50 céntimos.

c) Mayor o igual que 1,50 €.

d) Menor que 1 € o mayor que 2 €.

<table>
<tr><td rowspan="9">2
$P(2) = \frac{3}{10}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td></tr>
<tr><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="9">1
$P(1) = \frac{1}{10}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="9">0,5
$P(0{,}5) = \frac{2}{10}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td></tr>
<tr><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="9">0,2
$P(0{,}2) = \frac{4}{10}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td></tr>
<tr><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
<tr><td>0,2</td></tr>
</table>

a) $P(A) = 0$

b) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{13}{15}$

c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{26}{45}$

d) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{8}{9} = \frac{38}{45}$

59. **En un test, cada pregunta tiene cuatro posibles respuestas de las cuales solo una es correcta. Si se contesta al azar:**

a) ¿Cuál es la probabilidad de acertar la pregunta?

b) ¿Cuál es la probabilidad de fallar?

a) $\frac{1}{4}$ $\quad$ b) $\frac{3}{4}$

60. **En un juego de dados se lanzan dos dados y se suman las puntuaciones obtenidas. Antes de tirar, cada jugador elige entre 11 o 7. Si al tirar los dados y sumar las puntuaciones obtiene el número que ha elegido, gana la partida. ¿Qué número elegirías tú? ¿Por qué?**

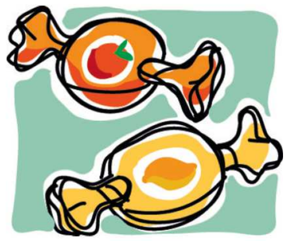
Que sume 11 solo pasa si sale un 5 y un 6. Pero para obtener 7 hay más posibilidades: 1 y 6, 2 y 5, 3 y 4. De modo que elegiríamos el 7.

61. **Se ha trucado una moneda de forma que la probabilidad de que salga cara es el doble de la de que salga cruz. Calcula la probabilidad de que al lanzar esa moneda salga cruz.**

Por un lado, $P(\text{C}) = 2 \cdot P(+)$, y por el otro, $P(\text{C}) + P(+) = 1$. De modo que sustituyendo $3 \cdot P(+) = 1 \rightarrow P(+) = 1/3$

62. **En la bolsa hay 7 caramelos de fresa, 3 de menta, 9 de naranja y 2 de limón. Sacamos un caramelo al azar, calcula la probabilidad de que sea:**

a) Un caramelo de menta.
b) No sea un caramelo de menta.
c) Un caramelo de menta o de fresa.
d) Un caramelo ni de menta ni de fresa.
e) Un caramelo de naranja o de limón.



a) $P(A) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

c) $P(C) = \frac{3}{21} + \frac{7}{21} = \frac{10}{21}$

e) $P(E) = \frac{9}{21} + \frac{2}{21} = \frac{11}{21}$

b) $P(B) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

d) $P(D) = 1 - \frac{10}{21} = \frac{11}{21}$

63. **En una caja tenemos cintas de tres colores, verde, naranja y morado. La proporción de cintas que hay es igual para cada color. En una segunda caja tenemos cuentas de los mismos colores, verde, naranja y morado, pero hay el doble de cuentas de color naranja que de verde o morado.**

a) Si extraemos al azar una cinta y una cuenta, ¿cuál es la probabilidad de que sean de color naranja?
b) Calcula la probabilidad de que la cinta y la cuenta extraídas sean del mismo color.
c) Halla la probabilidad de que la cinta sea verde y la cuenta morada.
d) ¿Cuál es la probabilidad de que la cinta sea morada y la cuenta verde?
e) ¿Qué es más probable tener, una cinta naranja y una cuenta morada o una cinta morada y una cuenta naranja?

a) La probabilidad de que la cinta sea naranja es $\frac{1}{3}$ y la probabilidad de que la cuenta sea naranja es $\frac{1}{2}$.

b) Para que ambas sean naranjas: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, para que sean verde o morado: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ cada una.

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

e) Para cinta naranja y cuenta morada es $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, pero para cinta morada y cuenta naranja es $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.
Por tanto, es más probable tener una cinta morada y una cuenta naranja.

64. **En una clase de 3.º de ESO hay 15 chicos de los cuales 6 llevan gafas. De las 17 chicas que hay en esa misma clase, 8 también llevan gafas. Si tomamos la lista con todos los nombres de los alumnos y alumnas, y, con los ojos cerrados, elegimos al azar uno de ellos, calcula la probabilidad de que:**

a) Sea chico.

b) Sea chico y no lleve gafas.

c) Sea chica y lleve gafas.

d) Lleve gafas.

a) $P(\text{chico}) = \dfrac{15}{32}$

b) Hay $15 - 6 = 9$ chicos sin gafas $\quad P(\text{chico sin gafas}) = \dfrac{9}{32}$

c) $P(\text{chica con gafas}) = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$

d) $P(\text{gafas}) = \dfrac{14}{32} = \dfrac{7}{16}$

65. **En un centro de trabajo se organizan 3 turnos. En el primero, trabajarán 12 personas. En el segundo, 8 personas, y en el tercero, 5 personas. Si se hace por sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que a un trabajador no le toque el tercer turno?**

Hay 25 personas que van a trabajar.

Las personas que van a trabajar en el primer o segundo turno son 20.

La probabilidad de que a un trabajador no le toque en el tercer turno es la de ser escogido entre esas 20 personas de las 25 personas que son; es decir, $\dfrac{20}{25} = \dfrac{4}{5}$.

66. **Diego, Sergio, Arturo, Ricardo, Jorge, Tomás, Pablo, Marcos y Julián tienen que desplazarse a otra ciudad para competir en un torneo escolar. En el hotel en el que van a dormir, las habitaciones son de dos personas, por lo que el entrenador les ha dicho que se realizará un sorteo para emparejarlos. Meterá un papelito con cada uno de sus nombres y los irá sacando de dos en dos.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que a Tomás le toque dormir con Diego?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a Tomás le toque dormir con Diego o con Ricardo?

c) Ninguno de ellos quiere dormir con Marcos, ¿cuál es la probabilidad de que les toque dormir con él?

Se pueden formar 36 parejas.

a) $\dfrac{1}{36}$

b) $\dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

c) Cada vez que se escoge uno, tiene 8 posibles parejas, que esa pareja sea Marcos es $\dfrac{1}{8}$.

68. **En una ciudad el 30 % de los habitantes compra el periódico *A*; el 20 %, el *B*, y el 7 %, los dos. Calcula la probabilidad de que, al encontrarnos por la calle con una persona de esa ciudad, esa persona:**

a) No lea el periódico *A*.

b) Lea un solo periódico, el *A* o el *B*.

c) Lea como mínimo uno de los dos periódicos.

d) No lea ninguno de los dos periódicos.

a) A = «comprar el periódico A» $\longrightarrow P(A) = 0{,}3$

$\overline{A}$ =«no comprar el periódico A» $\longrightarrow P(\overline{A}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

b) B = «comprar el periódico B» $\longrightarrow P(B) = 0{,}2$

C = «leer los dos periódicos» $\longrightarrow P(C) = 0{,}07$

D = «comprar periódico A o comprar periódico B» $\longrightarrow P(D) = 0{,}3 + 0{,}2 - 0{,}07 = 0{,}43$

c) E = «Los que leen un periódico más los que leen los dos» $\longrightarrow P(E) = 0{,}43 + 0{,}07 = 0{,}50$

d) $P(\overline{E}) = 1 - 0{,}50$

69. **A esta encuesta han contestado 50 personas:**

Cuando escucha la radio:

- Escucha música Sí No
- Escucha programas informativos Sí No
- No suele escuchar la radio Sí No

Los resultados muestran que 25 personas escuchan música; 20, informativos, y otras 20 no suelen escuchar la radio. Calcula la probabilidad de que al elegir una persona al azar escuche música e informativos.

$P(A) = P$(«escuche música») $= 0{,}5$ $\qquad$ $P(B) = P$(«escuche informativos») $= 0{,}4$

$P(C)$ = «no escucha la radio» $= 0{,}4$

$A \cap B$ = «escuche música e informativos» $\qquad$ $P(\overline{C}) = P(A \cup B) = 0{,}6 = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \longrightarrow P(A \cap B) = 0{,}3$

70. **Una puerta dispone de dos cerraduras magnéticas que hay que pulsar a la vez para poder abrirla.**

a) Si tenemos las dos tarjetas, ¿cuál es la probabilidad de que al introducir las tarjetas al azar la puerta se abra?

b) Si nos dan tres, las dos correctas y una que no abre ninguna cerradura, ¿cuál es la probabilidad de abrir la puerta al primer intento?

c) ¿Cuántas posibilidades hay cuando el juego de tarjetas es de tres, las dos correctas y una falsa?

T_1: tarjeta que abre la cerradura 1 $\qquad$ T_2: tarjeta que abre la cerradura 2

N: tarjeta que no abre ninguna cerradura

a) $P(\text{abrir a la primera}) = \dfrac{1}{2}$

b) $P(\text{abrir a la primera}) = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{6}$

c) $E = \{T_1T_2N,\ T_2T_1N,\ T_1NT_2,\ T_2NT_1,\ NT_1T_2,\ NT_2T_1\}$

71. **Nadal es mejor que Federer en tierra batida y la probabilidad que tiene de ganarle un set es 3/5. Si el cansancio afecta a ambos por igual, explica por qué Nadal prefiere jugar al mejor de 5 sets que al mejor de 3 sets.**

- Partido a 3 sets:

Ganador del 1er set	Ganador del 2º set	Ganador del 3er set
Nadal	Nadal	
	Federer	Nadal
		Federer
Federer	Nadal	Nadal
		Federer
	Federer	

$$P\text{ (Nadal pierda el partido a 3 sets)} = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{44}{125}$$

- Partido a 5 sets:

Ganador del 1er set	Ganador del 2º set	Ganador del 3er set	Ganador del 4º set	Ganador del 5º set
Nadal	Nadal	Nadal		
		Federer	Nadal	
			Federer	Nadal
				Federer
	Federer	Nadal	Nadal	
			Federer	Nadal
				Federer
		Federer	Nadal	Nadal
				Federer
			Federer	
Federer	Nadal	Nadal	Nadal	
			Federer	Nadal
				Federer
		Federer	Nadal	Nadal
				Federer
			Federer	
	Federer	Nadal	Nadal	Nadal
				Federer
			Federer	
		Federer		

P (Nadal pierda el partido a 5 sets) =

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}+$$

$$+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=6\cdot\frac{3^2\cdot 2^3}{5^5}+3\cdot\frac{3\cdot 2^3}{5^4}+\frac{2^3}{5^3}=\frac{992}{3\,125}$$

$$\frac{44}{125}=\frac{1100}{3\,125}>\frac{992}{3\,125}$$

Por tanto, la probabilidad de que Nadal pierda un partido a 3 sets es mayor que la de que lo pierda a 5 sets.

72. **A una comida familiar han asistido 28 hombres y 32 mujeres. De segundo plato había carne o pescado y cada persona ha elegido una de las dos opciones. Han tomado carne 16 hombres y pescado 12 mujeres. Se elige una persona al azar entre todos ellos. Calcula la probabilidad de que:**

a) Sea hombre.
b) Sea mujer.
c) Haya comido carne.
d) Haya comido pescado.
e) Sabiendo que es mujer, haya tomado pescado.
f) Sabiendo que ha tomado pescado, sea mujer.
g) Sabiendo que ha comido carne, sea hombre.
h) Sabiendo que es hombre, haya comido carne.

a) $P(\text{hombre}) = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$

b) $P(\text{mujer}) = \frac{32}{60} = \frac{8}{15}$

c) Toman carne $32 - 12 = 20$ mujeres.

$P(\text{carne}) = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}$

d) Toman pescado $28 - 16 = 12$ hombres.

$P(\text{pescado}) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

e) $P(\text{Mujer que toma pescado}) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$

f) $P(\text{Persona que toma pescado que es mujer}) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

g) $P(\text{Persona que toma carne que es hombre}) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

h) $P(\text{Hombre que toma carne}) = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$

73. **En el instituto han ofertado dos asignaturas optativas de carácter cultural, que son Teatro y Taller de escritura, 30 estudiantes han optado por Teatro y 20 por Taller de escritura. De las 28 alumnas que hay, 18 se han apuntado a Teatro.**

Si solo se puede optar a cursar una de las dos asignaturas:

a) Halla la probabilidad de que elegido un estudiante al azar sea un varón que haya optado por Teatro.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una alumna que haya elegido Taller de escritura?
c) Calcula la probabilidad de que sea varón.
d) Halla la probabilidad de que su elección fuera el Taller de escritura.

a) $P(\text{varón y teatro}) = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$

b) $P(\text{chica y taller de escritura}) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

c) $P(\text{varón}) = 1 - \frac{28}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$

d) $P(\text{Taller de escritura}) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$

74. En una bolsa hay 2 bolas azules, 4 verdes y el resto son rojas. Sacamos una bola y anotamos su color. Razona, en cada caso, cuántas bolas hay y de qué color deben ser para que se cumpla:

a) $P(\text{Bola roja}) = \frac{4}{7}$

b) $P(\text{Bola azul}) = 0{,}2$

c) $P(\text{Bola verde}) = \frac{4}{15}$

d) $P(\text{Bola roja}) = 0{,}5$

a) Hay un número de bolas múltiplo de 7. Si hubiese 7, habría una roja, ya que hay 6 bolas entre azules y verdes, pero eso no daría la probabilidad indicada, de modo que podrían ser 14 bolas en total, esto haría que hubiese 8 rojas y la probabilidad sería $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$.

b) Si hay 10 bolas, de las que serían 4 bolas rojas, existiría una probabilidad para las bolas azules de 0,2.

c) Si hay 15 bolas, de las que serían 9 bolas rojas, existiría una probabilidad para las bolas verdes de $\frac{4}{15}$.

d) Para que la probabilidad de bolas rojas sea la mitad, debe haber tantas bolas rojas como verdes y azules, de modo que tendría que haber 6 bolas rojas.

75. En el Oeste, tres vaqueros tienen que realizar una acción arriesgada, por lo que cortan tres palitos de distinta longitud, los tapan de forma que muestren la misma altura y cada vaquero elige uno. El que coge el más corto, pierde. ¿Por qué nunca discuten sobre quién elige primero?

Suponemos que hay un palito corto y dos largos. Denotamos por C al suceso «sacar el palito más corto» y por L al suceso «sacar palito largo». Entonces, el espacio muestral es $E = \{CLL, LCL, LLC\}$.

$P(CLL) = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{3}$ $\qquad P(LCL) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{3}$ $\qquad P(LLC) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{3}$

No discuten sobre quién elige primero porque la probabilidad de obtener el palito más corto en la primera, segunda o tercera extracción es la misma.

76. Tengo en el bolsillo dos monedas de 20 céntimos, dos de 10 céntimos y dos de 5 céntimos. Si saco dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener una cantidad superior o igual a 20 céntimos?

$$P(\text{Dos monedas de 20}) = \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30}\right)$$

$$P(\text{Una moneda de 20 y otra moneda de 10}) = \left(2 \cdot \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{8}{30}\right)$$

$$P(\text{Una moneda de 20 y otra moneda de 5}) = \left(2 \cdot \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{8}{30}\right)$$

$$P(\text{Dos monedas de 10}) = \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30}\right)$$

Entonces, la probabilidad pedida es $\frac{2}{30} + \frac{8}{30} + \frac{8}{30} + \frac{2}{30} = \frac{2}{3}$.

77. **Después de revisar los cuadernos de sus alumnos, un profesor los devuelve dejándolos en los pupitres correspondientes. Pero le quedan tres que no tienen nombre. Calcula la probabilidad de que dejando los cuadernos al azar en los tres pupitres que quedan libres, acierte a darle a cada alumno el suyo.**

$P(\text{acertar}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$

78. **En una clase de 23 alumnos, el tutor revisa las fichas de sus alumnos y comprueba que dos alumnos cumplen años el mismo día del mismo mes. Al comentárselo al profesor de Matemáticas, este le dice que eso es más habitual que lo contrario, es decir, que no haya ninguna coincidencia. Comprueba que el profesor de Matemáticas tiene razón.**

A = {al menos dos alumnos cumplen años a la vez}

$\overline{A}$ = {no hay dos alumnos que cumplan años a la vez}

Estudiamos la probabilidad de $\overline{A}$ suponiendo que solo hay dos alumnos:

– Casos posibles: $365^2 = 133\,225$

– Casos favorables: $365 \cdot 364 = 132\,860$ (el primero puede haber nacido uno de los 365 días del año y el siguiente uno de los 364 días restantes).

$P(\overline{A}) = 132\,860/133\,225 = 0{,}9973$

Estudiamos la probabilidad de $\overline{A}$ suponiendo que solo hay tres alumnos:

– Casos posibles: $365^3 = 48\,627\,125$

– Casos favorables: $365 \cdot 364 \cdot 363 = 48\,228\,180$

Probabilidad: $48\,228\,180/48\,627\,125 = 0{,}9918$

Generalizando, tenemos que, para 23 alumnos, la probabilidad de $\overline{A}$ es 0,4927. De modo que la probabilidad de A es $1 - 0{,}4927 = 0{,}5073$. Es más probable que cumplan años el mismo día, que no los cumplan.

79. **Pedro trabaja vendiendo pisos. Tiene tres llaves, dos abren dos puertas de unos pisos que va a enseñar y la otra pertenece a otro piso en otra zona. Calcula la probabilidad de que acierte a la hora de abrir las puertas de los pisos que va a enseñar a la primera.**

Abrirá el primer piso a la primera con una probabilidad de $\frac{1}{3}$; y el segundo, con una probabilidad de $\frac{1}{2}$.

Por tanto, $P(\text{Abrir las dos puertas a la primera}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

80. **Un examen de tipo test consta de 5 preguntas, cada una de las cuales tiene 3 posibles respuestas.**

a) Calcula la probabilidad de acertar 3 preguntas si contestas al azar.

b) Si para aprobar el examen hay que contestar al menos 3 preguntas correctamente, halla la probabilidad de aprobar y de suspender.

a) La probabilidad de acertar cada pregunta es $\frac{1}{3}$ y la de fallarla es $\frac{2}{3}$. Para acertar 3 y fallar 2, la probabilidad es:

$$10 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{243}$$

b) $P(\text{aprobar}) = P(\text{acertar al menos 3}) = P(\text{acertar 3 o acertar 4 o acertar 5}) = \frac{40}{243} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{43}{243}$

$$P(\text{suspender}) = 1 - \frac{43}{243} = \frac{200}{243}$$

81. **Paula va 2 veces por semana a una tienda en la que Roberto trabaja 4 días a la semana. El viernes es el único día que no acude ninguno. ¿Cuál es la probabilidad de que coincidan dos días? (La tienda cierra los domingos).**

Ni viernes ni domingos están en la tienda, de modo que hay 5 días posibles para que coincidan en la tienda.

A = «Paula está en la tienda» B = «Roberto está en la tienda»

$P(A) = \frac{2}{5}$ $P(B) = \frac{4}{5}$ $P(A \cap B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$

82. **Una caja fuerte dispone de dos cerraduras diferentes que hay que girar a la vez para poder abrir la caja.**

a) Si tenemos las dos llaves, ¿cuál es la probabilidad de que al introducir las llaves al azar la caja se abra?

b) Si nos dan cuatro llaves, las dos correctas y dos que no abren ninguna cerradura, ¿cuál es la probabilidad de abrir la caja al primer intento?

a) Un 50 % es la probabilidad de hacerlo bien, pues solo hay dos opciones, que asignemos cada llave a la cerradura correcta o que las intercambiemos.

b) La probabilidad de coger la llave buena para la cerradura 1 es de $\frac{1}{4}$ y luego la de coger la siguiente llave buena es de $\frac{1}{3}$. De modo que la probabilidad de abrir la caja en el primer intento es $\frac{1}{12}$.

DEBES SABER HACER

1. En una heladería se ofrecen 5 sabores de helado: naranja, limón, fresa, chocolate y turrón. Escribe el espacio muestral para una tarrina que lleva dos bolas de helado de distinto sabor.

E = {NL, NF, NCh, NT, LF, LCh, LT, FCh, FT, ChT}

2. Una vaca da a luz un ternero o una ternera. Si han dado a luz tres vacas, escribe estos sucesos:
A **= «Que los tres sean terneros»**
B **= «Que ninguno sea ternero»**
C **= «Que dos sean terneros y una sea ternera»**

Vaca 1 ⟶ $V1$ = «Que sea ternero»

Vaca 2 ⟶ $V2$ = «Que sea ternero»

Vaca 3 ⟶ $V3$ = «Que sea ternero»

$A = V1 \cap V2 \cap V3$ $\quad B = \overline{V1} \cap \overline{V2} \cap \overline{V3}$

$C = (V1 \cap V2 \cap \overline{V3}) \cup (V1 \cap \overline{V2} \cap V3) \cup (\overline{V1} \cap V2 \cap V3)$

3. En una urna tenemos 8 bolas blancas, 2 rojas y 10 azules.

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer al azar una bola roja?
b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola blanca o una roja?
c) ¿Y la probabilidad de no obtener una bola azul?

a) $P(\text{roja}) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

b) $P(\text{blanca}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ $\quad P(\text{roja o blanca}) = \frac{1}{10} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c) $P(\text{azul}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ $\quad P(\text{no azul}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

4. Si en una sala hay 50 personas y 33 son hombres, ¿cuál es la probabilidad de que, elegida una persona al azar, sea mujer?

$50 - 33 = 17$ mujeres

$P(\text{mujer}) = \frac{17}{50}$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

83. Desde 1948 hasta nuestros tiempos el almacenamiento de la música ha ido avanzando.

La posibilidad de tener muchas canciones almacenadas en un mismo dispositivo era limitada y su escucha era secuencial, es decir, después de la primera canción había que escuchar obligatoriamente la segunda y así sucesivamente.

Un dispositivo en el que se podía evitar esto fue el mp3. Todos los reproductores de mp3 tienen una función que elige aleatoriamente la siguiente canción ya sea de un mismo disco, cantante o de toda nuestra biblioteca musical.

Juan ha organizado las canciones de su mp3 de la siguiente forma:

	Rock	Pop	Electrónica	Clásica	Fiesta
N.º de canciones	12	20	12	4	40
N.º de canciones buenas	6	15	2	1	38

Si activa la selección aleatoria, calcula la probabilidad de que la canción que suene sea:

a) Una canción catalogada como buena.

b) Una canción electrónica.

c) Una canción catalogada como buena y de fiesta.

d) Una canción no catalogada como buena y que sea pop.

Total de canciones: 88 Total canciones buenas: 62

a) $P(\text{buena}) = \frac{62}{88} = \frac{31}{44}$

c) $P(\text{buena y fiesta}) = \frac{38}{88} = \frac{19}{44}$

b) $P(\text{electrónica}) = \frac{12}{88} = \frac{3}{22}$

d) $P(\text{pop no buena}) = \frac{5}{88}$

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

84. Al lanzar una chincheta, esta puede caer con la punta hacia arriba o hacia abajo. Razona si estos sucesos son igual de probables realizando el experimento 100 veces.

Compara tus resultados con los que obtengan tus compañeros y analiza la probabilidad de cada suceso.

Respuesta abierta.

85. **Lanza 100 veces una moneda anotando cuántas veces te sale cara y cuántas cruz. Comprueba que la frecuencia relativa de cada suceso se aproxima a su probabilidad.**

Respuesta abierta. Se esperan obtener aproximadamente los siguientes resultados:

$P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $\qquad$ $P(\text{cruz}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

86. **Una caja contiene bombones de frutos secos y bombones de pasas. El número de bombones de frutos secos es superior en dos unidades al número de bombones de pasas. Si tomamos al azar dos bombones de la caja, la probabilidad de que ambos sean de frutos secos es $\frac{2}{7}$.**

a) Determina el número total de bombones que hay en la caja.

b) Si cogemos al azar dos bombones, determina la probabilidad de que sean de sabor distinto.

a) N: número de bombones

Número bombones de frutos secos: x $\qquad$ Número bombones de pasas: $x - 2$

$N = x + x - 2$

$\frac{x}{2x-2} \cdot \frac{x-1}{2x-1} = \frac{2}{7} \rightarrow 7\,x\,(x-1) = 2 \cdot (2x-2)\,(2x-1) \rightarrow 7x^2 - 7x = 2\,(4x^2 - 2x - 4x + 2) \rightarrow$

$7x^2 - 7x = 8x^2 - 12x + 4 \rightarrow 0 = x^2 - 5x + 4 \rightarrow x = 1$ y $x = 4$.

No se puede aceptar como solución 1, porque tendríamos un número de bombones de pasas negativo. De modo que el número de bombones de frutos secos es 4, el de pasas es 2 y el total de bombones es 6.

b) $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

PRUEBAS PISA

87. **En una pizzería se puede elegir una pizza básica con dos ingredientes: queso y tomate.**

También puedes diseñar tu propia pizza con ingredientes adicionales.

Se puede seleccionar entre cuatro ingredientes adicionales diferentes:

- **Aceitunas** • **Jamón** • **Champiñones** • **Salami**

Jaime quiere encargar una pizza con dos ingredientes adicionales diferentes.

¿Cuántas combinaciones diferentes podría seleccionar Jaime?

(Prueba PISA 2000)

$E = \{\text{AJ, ACh, AS, JCh, JS, ChS}\}$

Puede seleccionar 6 combinaciones diferentes.

88. **Se emitió un documental sobre terremotos y la frecuencia con que estos ocurren. El documental incluía un debate sobre la posibilidad de predecir los terremotos. Un geólogo dijo: «En los próximos veinte años, la posibilidad de que ocurra un terremoto en la ciudad de Zed es dos de tres».**

¿Cuál de las siguientes opciones refleja mejor el significado de la afirmación del geólogo? Justifica la respuesta.

A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13{,}3$, **por lo que entre 13 y 14 años a partir de ahora habrá un terremoto en la ciudad de Zed.**

B. $\frac{2}{3}$ **es más que** $\frac{1}{2}$, **por lo que se puede estar seguro de que habrá un terremoto en la ciudad de Zed en algún momento en los próximos 20 años.**

C. La probabilidad de que haya un terremoto en la ciudad de Zed en algún momento en los próximos 20 años es mayor que la probabilidad de que no haya ningún terremoto.

D. No se puede decir lo que sucederá, porque nadie puede estar seguro de cuándo tendrá lugar un terremoto.

(Prueba PISA 2003)

La opción que refleja mejor la afirmación del geólogo es la C.

La A no es cierta, porque la afirmación del geólogo no se puede relacionar con una fecha concreta futura. La probabilidad indica que podría ocurrir en los próximos 20 años.

La B no es cierta, porque, aunque la probabilidad que da el geólogo es alta, no es 1, por lo que no es seguro.

La D no es cierta, porque, aunque no se puede tener la seguridad sobre el terremoto, el geólogo sí que está dando una probabilidad sobre qué podría pasar.